数学Ⅱ·Bの重要公式

■ 式と証明・高次方程式　Ⅱ

►1：整式の除法　整式 $A(x)$，$B(x)$ に対して，

$A(x)=B(x)Q(x)+R(x)$　（$R(x)$ は $B(x)$ よりも低次）

を満たす整式 $Q(x)$，$R(x)$ がただ 1 通りに定まる．

►2：三角不等式　実数 a，b に対し，$|a+b| \leqq |a|+|b|$

等号成立は，$ab \geqq 0$ のとき

►3：相加・相乗平均の不等式　$a>0$，$b>0$ のとき，$\dfrac{a+b}{2} \geqq \sqrt{ab}$

等号成立は，$a=b$ のとき

►4：コーシー・シュワルツの不等式　実数 a，b，c，x，y，z に対し，

- $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geqq (ax+by)^2$　等号成立は，$ay=bx$ のとき
- $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geqq (ax+by+cz)^2$
  等号成立は，$ay=bx$，$bz=cy$，$cx=az$ のとき

►5：複素数　a，b，c，d を実数，i を**虚数単位**とする（$i^2=-1$）．

- 複素数 $\alpha=a+bi$ に対し，α の**共役複素数** $\overline{\alpha}=a-bi$
- $\sqrt{-a}=\sqrt{a}\,i$　$(a>0)$　　• $|\alpha|^2=\alpha\overline{\alpha}=a^2+b^2$
- $a+bi=c+di \iff a=c$ かつ $b=d$　　• $a+bi=0 \iff a=b=0$
- $(a+bi)\pm(c+di)=(a\pm c)+(b\pm d)i$
- $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$
- $\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}i$　$(c+di \neq 0)$

►6：2 次方程式の判別式　実数係数の 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ に対して，

判別式 $D=b^2-4ac$ とする．

- $D>0 \iff$ 異なる 2 つの実数解をもつ
- $D=0 \iff$ 実数の重解をもつ
- $D<0 \iff$ 異なる 2 つの虚数解をもつ

►7：2 次方程式の解と係数の関係

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解を α，β とするとき，

$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$，　$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

►8：3 次方程式の解と係数の関係

3 次方程式 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ の解を α，β，γ とするとき，

$\alpha+\beta+\gamma=-\dfrac{b}{a}$，　$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\dfrac{c}{a}$，　$\alpha\beta\gamma=-\dfrac{d}{a}$

►9：剰余の定理

- 整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-k$ で割ったときの余りは $P(k)$ である．
- 整式 $P(x)$ を 1 次式 $ax+b$ で割ったときの余りは $P\left(-\dfrac{b}{a}\right)$ である．

►10：因数定理　$P(x)$ を整式，α を複素数とする．

$P(\alpha)=0 \iff P(x)$ が $x-\alpha$ で割り切れる

■ 図形と方程式　Ⅱ

$\mathrm{O}(0,\ 0)$，$\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$，$\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$，$\mathrm{C}(x_3,\ y_3)$ とする．

►11：2 点間の距離

$\mathrm{OA}=\sqrt{x_1{}^2+y_1{}^2}$，　$\mathrm{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

►12：内分点・外分点　線分 AB を $m:n$ に内分する点 P と外分する点 Q の座標は，それぞれ，

$\mathrm{P}\left(\dfrac{nx_1+mx_2}{m+n},\ \dfrac{ny_1+my_2}{m+n}\right)$，　$\mathrm{Q}\left(\dfrac{-nx_1+mx_2}{m-n},\ \dfrac{-ny_1+my_2}{m-n}\right)$

►13：重心　$\triangle$ABC の重心 G の座標は

$\mathrm{G}\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

►14：三角形の面積　$\triangle$OAB の面積 S は，

$S=\dfrac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$

►15：直線の方程式　点 A を通り，傾き m の直線の方程式は，

$y-y_1=m(x-x_1)$

2 点 A，B を通る直線の方程式は，

$(y_2-y_1)(x-x_1)-(x_2-x_1)(y-y_1)=0$

►16：2 直線の関係　2 直線 $l_1: y=m_1x+n_1$，$l_2: y=m_2x+n_2$ に対し，

- $l_1 /\!/ l_2 \iff m_1=m_2$　　• $l_1 \perp l_2 \iff m_1m_2=-1$

また，$l_1: a_1x+b_1y+c_1=0$，$l_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ に対し，

- $l_1 /\!/ l_2 \iff a_1b_2-a_2b_1=0$　　• $l_1 \perp l_2 \iff a_1a_2+b_1b_2=0$

►17：点と直線の距離　点 A と直線 $ax+by+c=0$ との距離 d は，

$d=\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

►18：円の方程式　点 $(p,\ q)$ 中心，半径 r の円の方程式は，

$(x-p)^2+(y-q)^2=r^2$　　特に，原点が中心の場合，$x^2+y^2=r^2$

►19：円の接線　円 $(x-p)^2+(y-q)^2=r^2$ 上の点 $(a,\ b)$ におけるこの円の接線の方程式は，$(a-p)(x-p)+(b-q)(y-q)=r^2$

特に，円の中心が原点の場合は，$ax+by=r^2$

■ 三角関数　Ⅱ

►20：弧度法　$180^\circ=\pi\,\mathrm{rad}$，$1^\circ=\dfrac{\pi}{180}\,\mathrm{rad}$，$1\,\mathrm{rad}=\left(\dfrac{180}{\pi}\right)^\circ \fallingdotseq 57.3^\circ$

►21：扇形の弧長と面積　半径 r，中心角 $\theta\,\mathrm{rad}$ の扇形の弧長 l と面積 S は，

$l=r\theta$，$S=\dfrac{1}{2}r^2\theta=\dfrac{1}{2}lr$

►22：三角関数の性質　n は整数とする．

- $\sin(\theta+2\pi n)=\sin\theta$，$\cos(\theta+2\pi n)=\cos\theta$，$\tan(\theta+\pi n)=\tan\theta$
- $\sin(-\theta)=-\sin\theta$，$\cos(-\theta)=\cos\theta$，$\tan(-\theta)=-\tan\theta$
- $\sin(\pi\pm\theta)=\mp\sin\theta$，$\cos(\pi\pm\theta)=-\cos\theta$，$\tan(\pi\pm\theta)=\pm\tan\theta$
- $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\pm\theta\right)=\cos\theta$，$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\pm\theta\right)=\mp\sin\theta$，$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}\pm\theta\right)=\mp\dfrac{1}{\tan\theta}$

►23：三角関数の相互関係

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

►24：基本周期　a，b は実数，$a \neq 0$ とする．次の関数の基本周期はそれぞれ，

- $\sin(ax+b)\ \cdots\ \dfrac{2\pi}{|a|}$　　• $\cos(ax+b)\ \cdots\ \dfrac{2\pi}{|a|}$　　• $\tan(ax+b)\ \cdots\ \dfrac{\pi}{|a|}$

►25：加法定理

- $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$
- $\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$

►26：2 倍角公式

- $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$
- $\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=1-2\sin^2\theta=2\cos^2\theta-1$
- $\tan 2\theta=\dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$

►27：半角公式

- $\sin^2\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1-\cos\theta}{2}$　　• $\cos^2\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1+\cos\theta}{2}$
- $\tan^2\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$

►28：3 倍角公式

- $\sin 3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta$　　• $\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$

►29：積和公式

- $\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$　• $\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\}$
- $\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$　• $\sin\alpha\sin\beta=-\dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$

►30：和積公式

- $\sin A+\sin B=2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$　• $\sin A-\sin B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$
- $\cos A+\cos B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$　• $\cos A-\cos B=-2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

►31：合成公式　実数 a，b が，$a^2+b^2 \neq 0$ を満たすとき，

$\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$，　$\sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

を満たす α が存在する．このとき，

$$a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\theta+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\theta\right)$$
$$=\sqrt{a^2+b^2}(\sin\theta\cos\alpha+\cos\theta\sin\alpha)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$$

►32：直線の傾き

直線 $y=mx+n$ と x 軸の正方向とのなす角を θ とすると，$m=\tan\theta$

■ 指数関数・対数関数　Ⅱ

►33：指数法則　a，b を正数，x，y を実数，m，n を自然数とする．

- $a^0=1$　• $a^{-x}=\dfrac{1}{a^x}$　• $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$　• $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$
- $a^xa^y=a^{x+y}$　• $(a^x)^y=a^{xy}$　• $(ab)^x=a^xb^x$

►34：指数関数の増減　s，t を実数とする．

- $a>1$ のとき，$s<t \iff a^s<a^t$
- $0<a<1$ のとき，$s<t \iff a^s>a^t$

►35：対数の性質　a，b は 1 でない正数，x，y は正数，k は実数とする．

- $x=a^k \iff k=\log_a x$　• $\log_a a=1$，$\log_a 1=0$
- $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$　• $\log_a x^k=k\log_a x$
- $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}$　• $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$　• $a^{\log_a x}=x$

►36：対数関数の増減　s，t を正数とする．

- $a>1$ のとき，$s<t \iff \log_a s<\log_a t$
- $0<a<1$ のとき，$s<t \iff \log_a s>\log_a t$

►37：桁数の問題　正数 N に対し，

- N の整数部分が k 桁 $\iff 10^{k-1} \leqq N<10^k \iff k-1 \leqq \log_{10} N<k$
- $N<1$ とする．N は小数第 k 位に初めて 0 でない数が現れる

$\iff \dfrac{1}{10^k} \leqq N<\dfrac{1}{10^{k-1}} \iff -k \leqq \log_{10} N<-k+1$

数学Ⅱ·Bの重要公式

■ 微分法・積分法　Ⅱ

▶38：微分係数と導関数

- 平均変化率　$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$
- 微分係数　$f'(a)=\displaystyle\lim_{b\to a}\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$
- 導関数　関数 $y=f(x)$ に対して，

$$\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}f(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x)$$

▶39：微分公式　a，b，c は定数，n は自然数の定数，f，g は x の関数とする．

- $\dfrac{d}{dx}(af(x)+bg(x))=a\dfrac{d}{dx}f(x)+b\dfrac{d}{dx}g(x)$
- $\dfrac{d}{dx}c=0$　• $\dfrac{d}{dx}x^n=nx^{n-1}$　• $\dfrac{d}{dx}(ax+b)^n=an(ax+b)^{n-1}$

▶40：接線・法線　曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線の方程式は，

$$y-f(t)=f'(t)(x-t)$$

また，$f'(t)\neq 0$ のとき，法線の方程式は，

$$y-f(t)=-\frac{1}{f'(t)}(x-t)$$

▶41：関数の増減　ある区間において，

- $f'(x)>0$ ならば，$f(x)$ はその区間で**単調増加**
- $f'(x)<0$ ならば，$f(x)$ はその区間で**単調減少**

▶42：極値　$f'(a)=0$ とする．

- $x=a$ において，$f'(x)$ が正から負に変わるならば，$x=a$ で**極大**
- $x=a$ において，$f'(x)$ が負から正に変わるならば，$x=a$ で**極小**

➡注　以下，α，β，γ は実数の定数，C は積分定数を表す．

▶43：不定積分　$f(x)$ の原始関数の１つを $F(x)$ とすると（$F'(x)=f(x)$），

$$\int f(x)dx=F(x)+C,\qquad F'(x)=\frac{d}{dx}\int f(x)dx=f(x)$$

▶44：積分公式　a，b は定数，n は非負整数の定数，f，g は x の関数とする．

- $\displaystyle\int\{af(x)+bg(x)\}dx=a\int f(x)dx+b\int g(x)dx$
- $\displaystyle\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$

▶45：定積分　$f(x)$ の原始関数の１つを $F(x)$ とすると，

$$\int_\alpha^\beta f(x)dx=\Big[F(x)\Big]_\alpha^\beta=F(\beta)-F(\alpha)$$

▶46：定積分の性質　a，b は定数，f，g は x の関数とする．

- $\displaystyle\int_\alpha^\beta\{af(x)+bg(x)\}dx=a\int_\alpha^\beta f(x)dx+b\int_\alpha^\beta g(x)dx$
- $\displaystyle\int_\alpha^\beta f(x)dx=-\int_\beta^\alpha f(x)dx$　• $\displaystyle\int_\alpha^\alpha f(x)dx=0$
- $\displaystyle\int_\alpha^\beta f(x)dx=\int_\alpha^\gamma f(x)dx+\int_\gamma^\beta f(x)dx$

▶47：微分積分の基本定理

$$\frac{d}{dx}\int_\alpha^x f(t)dt=f(x)$$

▶48：偶関数，奇関数の定積分　n は非負整数の定数とする．

- $\displaystyle\int_{-\alpha}^\alpha x^{2n}dx=2\int_0^\alpha x^{2n}dx$　• $\displaystyle\int_{-\alpha}^\alpha x^{2n+1}dx=0$

▶49：面積　$\alpha<\beta$ とする．2 曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$ と 2 直線 $x=\alpha$，$x=\beta$ で囲まれた領域の面積 S は，

$$S=\int_\alpha^\beta|f(x)-g(x)|dx$$

▶50：面積公式

$$\int_\alpha^\beta(x-\alpha)(x-\beta)dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$$

■ 数列　B

▶51：等差数列　$\{a_n\}$ を初項 a，公差 d の等差数列とする．

一般項 a_n は，$a_n=a+(n-1)d$

初項から第 n 項までの和 S_n は，

$$S_n=\frac{1}{2}n(a_1+a_n)=\frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$$

▶52：等差中項　a，b，c がこの順に等差数列をなすとき，$2b=a+c$

▶53：等比数列　$\{a_n\}$ を初項 a，公比 r の等比数列とする．

一般項 a_n は，$a_n=ar^{n-1}$

初項から第 n 項までの和 S_n は，

$$S_n=a\cdot\frac{(1-r^n)}{1-r}=a\cdot\frac{(r^n-1)}{r-1}\quad(r\neq 1),\qquad S_n=na\quad(r=1)$$

▶54：等比中項　a，b，c がこの順に等比数列をなすとき，$b^2=ac$

▶55：$\sum$ の性質　$\{a_n\}$，$\{b_n\}$ を数列，p，q を定数とするとき，

- $\displaystyle\sum_{k=1}^n a_k=a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n$
- $\displaystyle\sum_{k=1}^n(pa_k+qb_k)=p\sum_{k=1}^n a_k+q\sum_{k=1}^n b_k$

▶56：$\sum$ の公式

- $\displaystyle\sum_{k=1}^n 1=n$　• $\displaystyle\sum_{k=1}^n k=\frac{1}{2}n(n+1)$，
- $\displaystyle\sum_{k=1}^n k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$　• $\displaystyle\sum_{k=1}^n k^3=\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$

▶57：階差数列

- $\{b_n\}$ が $\{a_n\}$ の階差数列のとき，

$$b_n=a_{n+1}-a_n,\qquad a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k\quad(n\geqq 2)$$

- 数列 $\{a_n\}$ に対し，$S_n=a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n$ とすると，

$$a_1=S_1,\quad a_n=S_n-S_{n-1}\quad(n\geqq 2)$$

▶58：等差×等比　$S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^n kr^k$（$r\neq 1$）に対し，$S_n-rS_n$ を考えることにより，

$$S_n=\frac{r(1-r^n)}{(1-r)^2}-\frac{nr^{n+1}}{1-r}$$

▶59：部分分数分解　$\{a_n\}$ を，公差 $d\neq 0$ の等差数列とする．

$$\sum_{k=1}^n\frac{1}{a_ka_{k+1}}=\sum_{k=1}^n\frac{1}{a_{k+1}-a_k}\left(\frac{1}{a_k}-\frac{1}{a_{k+1}}\right)=\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_{n+1}}\right)$$

▶60：2 項間漸化式　漸化式 $a_{n+1}=pa_n+q$ に対し，$p\neq 1$ のとき，特性方程式 $x=px+q$ の解を α とすると，漸化式は，$a_{n+1}-\alpha=p(a_n-\alpha)$ と変形でき，$\{a_n-\alpha\}$ が等比数列となる．

▶61：数学的帰納法　自然数 n に関する命題 P が，すべての自然数 n について成り立つことを証明するには，次の ①，② を示せばよい：

① $n=1$ のとき P が成り立つ

② $n=k$（$n\leqq k$）のとき P が成り立つことを仮定すると，$n=k+1$ のときも P が成り立つ

■ ベクトル　B

▶62：ベクトルの平行　$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき，

$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}\iff\vec{b}=k\vec{a}$ となる実数 k が存在する

▶63：平面上のベクトル　3 点 O，A，B が同一直線上にないとするとき，平面 OAB 上の任意の点 P は，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=x\overrightarrow{\mathrm{OA}}+y\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と一意的に表される．

特に，P が直線 AB 上にあるとき，$x+y=1$ となる．

▶64：空間内のベクトル　4 点 O，A，B，C が同一平面上にないとするとき，空間内の任意の点 P は，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=x\overrightarrow{\mathrm{OA}}+y\overrightarrow{\mathrm{OB}}+z\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ と一意的に表される．

特に，P が平面 ABC 上にあるとき，$x+y+z=1$ となる．

▶65：分点と重心の位置ベクトル　3 点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$，$\mathrm{C}(\vec{c})$ に対して，線分 AB を $m:n$ に内分する点を $\mathrm{P}(\vec{p})$，外分する点を $\mathrm{Q}(\vec{q})$，△ABC の重心を $\mathrm{G}(\vec{g})$ とすると，

$$\vec{p}=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n},\quad\vec{q}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n},\quad\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

▶66：内積　$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ とする．$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ（$0°\leqq\theta\leqq 180°$）とするとき，$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

▶67：内積の性質　k を定数とする．

- $\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$　• $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$　• $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$
- $(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$　• $|\vec{a}\cdot\vec{b}|\leqq|\vec{a}||\vec{b}|$

▶68：三角形の面積　△OAB の面積 S は，

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}})^2}$$

▶69：平面ベクトルの成分　平面上に 2 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ をとり，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする．

- $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{b}-\vec{a}=(b_1-a_1,\ b_2-a_2)$
- $|\vec{a}|=\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2}$　• $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$
- $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2=\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2}\sqrt{b_1{}^2+b_2{}^2}\cos\angle\mathrm{AOB}$

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき，

- $\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}\iff a_1b_2-a_2b_1=0$　• $\vec{a}\perp\vec{b}\iff\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2=0$
- $\vec{c}=(\pm a_2,\ \mp a_1)$ とすると，$\vec{a}\perp\vec{c}$

▶70：空間ベクトルの成分　空間内に 2 点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2,\ a_3)$，$\mathrm{B}(b_1,\ b_2,\ b_3)$ をとり，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする．

- $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{b}-\vec{a}=(b_1-a_1,\ b_2-a_2,\ b_3-a_3)$
- $|\vec{a}|=\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2}$
- $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$
- $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$
  $=\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2}\sqrt{b_1{}^2+b_2{}^2+b_3{}^2}\cos\angle\mathrm{AOB}$

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき，

- $\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}\iff a_1b_2-a_2b_1=0,\ a_2b_3-a_3b_2=0,\ a_3b_1-a_1b_3=0$
- $\vec{a}\perp\vec{b}\iff\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0$

▶71：直線のベクトル方程式　点 $\mathrm{A}(\vec{a})$ を通り，$\vec{d}\neq\vec{0}$ を方向ベクトルとする直線のベクトル方程式は，$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{d}$